

ASALARI UYASINING TUZILISHI HAQIDAGI MASALA

Mardonova Sitora O‘tkir qizi

TDPU matematika va informatika yo‘nalishi 3-bosqich talabasi

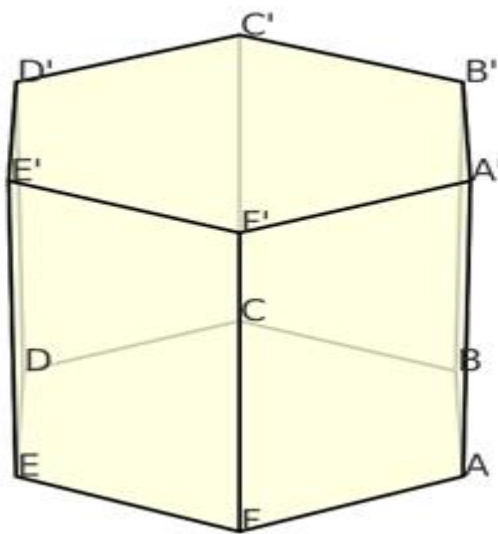
Ilmiy rahbar : PhD. J.A.Sobirov

Annotatsiya: Ushbu maqolada asalari uyasining geometrik tuzilishi va uning matematik xususiyatlari tahlil qilinadi. Asalari uyasi muntazam oltiburchakli yacheykalardan iborat bo‘lib, u eng kichik sirt maydonini ta‘minlovchi optimal shakl sifatida tanlangan. Shuningdek, maqolada geometriya qonuniyatlariga asoslanib, nima uchun aynan muntazam oltiburchak asalari tomonidan tanlangani isbot qilindi. Uchburchak, kvadrat va oltiburchak shakllari taqqoslanib, uch shakl orasida muntazam oltiburchakning perimetri eng kichik bo‘lib, minimal material sarfi bilan maksimal samaradorlikni ta‘minlashi asoslangan. Ushbu natijalar biologik tuzilmalar va optimal prinsiplari bo‘yicha chuqurroq tushunchalar beradi.

Kalit so‘zlar: asalari uyasi, muntazam ko‘pburchaklar, perimetr, sirt maydoni, matematik tahlil.

Ma‘lumki, asalari uyasi mumdan yasalgan o‘n yoqli yacheykalarning qator joylashishidan iborat. O‘n yoqlini tasavvur qilish uchun muntazam olti burchakli to‘g‘ri prizmaning ABCDEF asosining AC, CE va EA diagonallari orqali o‘zaro kesishadigan uchta tekislik o‘tkazamiz.

Shunday qilib, o‘n yoqli figuraning 6 yog‘i to‘g‘ri burchakli to‘rtburchaklardan, 3 yog‘i ASCG ga o‘xshagan 3 ta rombdan iborat va bir ochiq yog‘i muntazam oltiburchakdan iborat. $\angle AGC = \beta$ deb belgilasak, β ning qiymati taxminan 109° ga teng bo‘ladi. Aniqrog‘i, $\beta = 109^\circ [28]^\wedge [16]^\wedge$. β ning bu qiymati asalari yacheykasining berilgan hajmda eng kichik sirtga ega bo‘lishini ta‘minlaydi (1-chizma)



1-chizma

Biz asarlari uyasining ko‘ndalang kesimida nima uchun muntazam oltiburchaklar yotishi masalasi bilan shug‘ullanamiz. Haqiqatan, asarlari uyasining ko‘ndalang kesimidan nima uchun muntazam oltiburchaklar yotadi?

Bu savolga javob berish uchun geometriyaga murojaat qilamiz. Qanday muntazam ko‘pburchaklar yordamida tekislikni to‘la qoplash mumkin? Ya‘ni bir xil muntazam ko‘pburchaklarni tekislikda shunday joylashtirish kerakki ular bir-birlarini bilan ustma-ust tushmagan holda tekislikda ular qoplamagan nuqtalar qolmasin. Bundan xossaga ega bo‘lgan faqat uchta muntazam ko‘pburchak: uchburchak, kvadrat, oltiburchak borligi qadimdan, hatto qadimgi grek matematiklaridan Pifagorga ham ma‘lum bo‘lgan. (2-chizma)

Nima uchun boshqa muntazam ko‘pburchaklar ko‘rsatilgan xossaga ega emas?

Bu savolga javob berish uchun muntazam n burchakning bitta ichki burchagining $(180^\circ(n-2))/n$ ga tengligidan foydalanamiz. Shunday burchaklardan k tasi bir nuqta atrofida tekislikni to‘ldirsa, u holda $k(180^\circ(n-2))/n = 360^\circ$ yoki $k = 2n/(n-2)$ bo‘ladi.



2-chizma

Bunga asoslanib quyidagi jadvalni tuzamiz:

n	3	4	5	6	7	8	9	10
k	6	4	$\frac{10}{3}$	3	$\frac{14}{5}$	$\frac{8}{5}$	$\frac{18}{7}$	$\frac{5}{2}$

Bu jadvalda $n=3$, $n=4$, $n=6$ bo‘lganda k ning butun qiymatlari hosil bo‘lishi ko‘rinib turibdi. Haqiqatan ham,

$$k = 2n/(n-2) = (2n-4+4)/(n-2) = (2n-4)/(n-2) + 4/(n-2) = 2 + 4/(n-2).$$

Bunda $4/(n-2)$ ifoda n ning 6 dan katta qiymatlarida 1 dan kichik songa, ya‘ni kasr songa aylanadi.

$$n=3 \text{ da } 4/(3-2) = 4;$$

$$n=4 \text{ da } 4/(4-2) = 2;$$

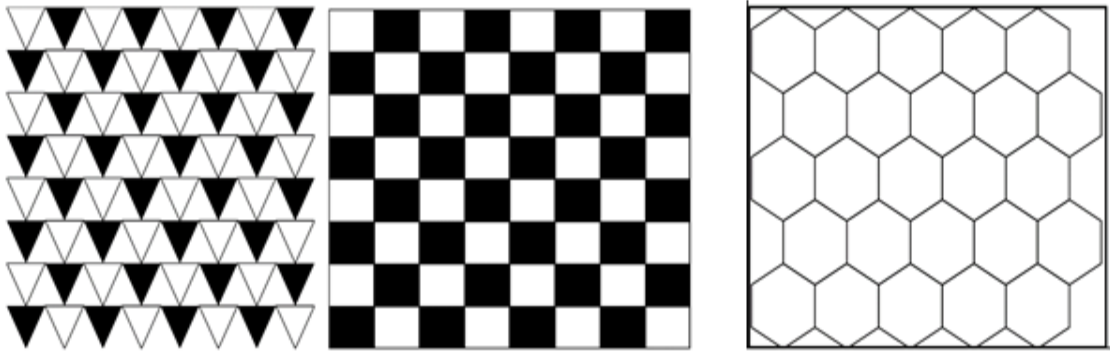
$$n=5 \text{ da } 4/(5-2) = 4/3;$$

$$n=6 \text{ da } 4/(6-2) = 1;$$

bo‘lib, yuqoridagi fikrimizni tasdiqlaydi.

Demak, faqat muntazam uchburchaklar, kvadratlar va muntazam oltiburchaklar tekislikni to‘la qoplar ekan. (3-chizma)

Endi boshqa savol tug‘iladi: Nima uchun asalarilar uch xil muntazam ko‘pburchaklardan faqat oltiburchakni tanlashgan?



3-chizma

Haqiqatan ham, muntazam uchburchak, muntazam oltiburchak va kvadrat bir xil S yuzga ega bo‘lsin. Ularning perimetrlarini taqqoslaymiz

Agar a muntazam uchburchakning tomoni bo‘lsa, u holda uchburchakning yuzi $S = (a^2 \sqrt{3})/4$ bo‘ladi. Bundan $a = 2\sqrt{(S/\sqrt{3})}$. Uchburchakning perimetri esa $p_s = 3a = 6\sqrt{(S/\sqrt{3})}$ bo‘ladi.

Agar S kvadratning yuzi bo‘lsa, uning tomoni $\sqrt{S}$ bo‘lib, kvadrat perimetri $p_4 = 4\sqrt{S}$ bo‘ladi.

Agar b muntazam oltiburchakning tomoni bo‘lsa, u holda uning yuzi $S = ((3b)^2 \sqrt{3})/2$ bo‘ladi. Demak, $b = \sqrt{(2S/(3\sqrt{3}))}$ bo‘lib, perimetri $p_s = 6b = 6\sqrt{(2S/(3\sqrt{3}))}$ bo‘ladi.

Shunday qilib, bir xil yuzga ega bo‘lgan figuralarning perimetrlari :

$p_3 = 6\sqrt{(S/\sqrt{3})}$; $p_4 = 4\sqrt{S}$; $p_6 = 6\sqrt{(2S/(3\sqrt{3}))}$ bo‘ladi.

Bu perimetrlarni taqqoslaymiz:

$p_3 : p_4 : p_6 = 6\sqrt{(S/\sqrt{3})} : 4\sqrt{S} : 6\sqrt{(2S/(3\sqrt{3}))}$ yoki

$p_3 : p_4 : p_6 = 1 : 2/(3)^{1/3} : 1/3 \sqrt{6} = 1 : 0,905 : 0,816$.

Shunday qilib, bir xil yuzli muntazam uchburchak, to‘rtburchak va oltiburchaklar orasida muntazam oltiburchak eng kichik perimetrga ega bo‘ladi.

Shuning uchun asalarilar o‘z uyasini qurishda kamroq mum sarflash maqsadida olti burchakli yacheykalarni “tanlashgan”.

XULOSA

Ushbu tadqiqotda asalari uyasining geometriyasi tahlil qilinib, uning optimal shakl sifatida tanlanish sabablari matematik asoslar bilan isbotlandi. Tekislikni muntazam ko‘pburchaklar bilan to‘liq qoplash mumkin bo‘lgan uchta shakl – uchburchak, kvadrat va oltiburchak ichida aynan muntazam oltiburchak tanlanishi perimetr minimallashtirish printsipli orqali asoslandi. Matematik tahlillar shuni ko‘rsatdiki, muntazam oltiburchak boshqa variantlarga nisbatan eng kichik perimetrga ega bo‘lib, bu esa material sarfini kamaytirish va mustahkamlikni ta‘minlash uchun eng maqbul yechimdir. Ushbu natijalar nafaqat biomimetika va tabiatdagi optimal tuzilmalarni o‘rganishda, balki muhandislik va materialshunoslikda ham qo‘llanilishi mumkin.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

Ball, P. (2009). *Nature’s Patterns: A Tapestry in Three Parts*. Oxford University Press.

“ Geometrik shakllarning tabiatdagi paydo bo‘lishi, asalarilar uyasidagi olti burchakli strukturani matematik asosda tushuntiradi.”

2.D’Arcy Thompson (1917). *On Growth and Form*. Cambridge University Press.

“Tabiatda uchraydigan shakllarning (shu jumladan asalari uyasining) geometrik va matematik izohi.”

3.Tóth, L. F. (1964). *Regular Figures*. Macmillan. “Muntazam shakllar, ular yordamida tekislikni qoplash, perimetr va sirt maydon munosabati haqida.”

4. Bakhronova, D., Alavutdinova, N., Israilova, S., & Vilchis, V. V. *Color Lexemes in Context: Cognitive and Cultural Explorations*.

5. Zulhumor, X. O. L. M. A. N. O. V. A. (2017). Babür’ün Özbek Dilbilimini Geliştirmedeki Büyük Hizmetleri. *Journal of Modern Turkish Studies*, 14(1), 85.

6.МОДЕЛЬ ПЧЕЛИНОЙ ЯЧЕЙКИ

Исламова Л.И.

В сборнике: Первые шаги в науку третьего тысячелетия. Материалы XVIII Всероссийской студенческой научно-практической конференции. Уфа, 2022. С. 118-121.